

Indice

VII Introduzione

2 **Calcolo mentale**

8 **Calcolo scritto**

8 Addizioni

10 Sottrazioni

14 Moltiplicazioni

18 Divisioni

22 Esercitazioni di calcolo scritto e mentale

26 **Frazioni, numeri decimali, euro**

30 Frazioni equivalenti

33 Frazioni complementari

34 **Equivalenze**

40 **Problemi**

66 **Geometria intuitiva**

77 **Appendice: Le tabelline**

Introduzione

... e se alla fine del percorso qualche alunno avrà la sensazione di non aver imparato niente di più di quel che già sapeva, tranne nuove parole, allora vuol dire che avrà capito tutto della matematica...

Il presente testo persegue la stessa filosofia dei precedenti volumi *La linea del 20* e *La linea del 100* che invitano a:

- limitarsi a fare l'essenziale a scuola;
- focalizzarsi su un obiettivo per volta («on point»);
- non allungare il programma inserendo troppa didattica fine a se stessa;
- non usare altro metodo che non sia quello di provare, nel senso di agire, fare, sperimentare;
- evitare eccessive istruzioni verbali.

Il tutto nella consapevolezza che le energie sono limitate e non si deve abusare dell'attenzione di chi ascolta.

L'itinerario si articola nella consueta distinzione funzionale di obiettivi.

Il calcolo mentale

Anzitutto viene perseguito il calcolo mentale nella sua libertà e autonomia poiché è un'esperienza tutta interna che si svolge senza numeri scritti come al tempo dei latini quando questi simboli non esistevano. Questo fatto lo deduciamo dai bambini bravi a cui dobbiamo sempre ispirarci perché evidentemente conoscono la via giusta meglio di noi. Quando, ad esempio, pensano alla quantità «mille», vedono unicamente l'immagine che si sono creati. Non pensano ancora alla scrittura dei numeri cioè all'uno seguito dai tre zeri («1000»): per loro sarebbe lo stesso se fosse scritto «M» come nella numerazione romana. Per questo riesce loro tutto facile.

Quando pensano a «diecimila» può essere che venga loro di immaginare dieci case, ciascuna con dieci finestre, ciascuna a rappresentare il centinaio. Niente di speciale.

In questa fase non sentono il bisogno di considerare il perché degli zeri e trattano i numeri scritti con disinvoltura come fossero delle etichette.

Lo zero e il cambio

In questo frangente, la preoccupazione per il significato dello zero non passa per la loro in mente che è invece occupata a trovare le soluzioni del calcolo. È una questione di priorità.

Alla luce di questa constatazione, la didattica qui proposta rappresenta, per la gioia di alunni, insegnanti e genitori, una «liberazione» dall'assillo dello zero e del cambio con tutto il bagaglio dei relativi esercizi. Certamente il cambio agisce in modo essenziale nella formulazione della scrittura ma possiamo considerare il suo ruolo simile ai fotogrammi di una pellicola di un film che, nel loro scorrere, sfuggono alla nostra percezione visiva.

Non dobbiamo rappresentarci il cambio facendo uso di palline poiché è un meccanismo interno alla scrittura che segue regole interne. Non ha a che fare con la semantica delle rappresentazioni delle quantità.

Se volessimo addentrarci nell'argomento, cioè rallentare la pellicola, il «1000» corrisponderebbe a «un cambio di un cambio di un cambio», cambi su cambi intersecati tra loro... Argomento molto interessante, ma posto troppo prematuramente.

Tanto più che sono ancora i nomi latini dei numeri — cioè il codice verbale — che ci guida nelle operazioni di calcolo mentale.

Non ci deve passare per la testa l'idea di cambio cioè l'idea che il dieci prima di ogni suo compimento compia una rottura e una transmutazione. Il cambio è solo un fenomeno relativo alla scrittura come se questa per la sua conformazione fosse un codice a barre.

Il metodo analogico, in definitiva, è nient'altro che la scelta rilassante di non dover approfondire tutto alla maniera degli intellettuali.

Agendo in questo modo, si guadagnerà tempo, e forse sorgerà la curiosità di indagare la meraviglia di questa scrittura così facile da leggere, da scrivere e da usare ma difficile da capire.

Il calcolo scritto

Si passa poi al calcolo scritto dove lo zero e il cambio svolgono qui una funzione imprescindibile, nel senso che senza di loro il calcolo scritto con gli algoritmi non esisterebbe.

Tuttavia, per il momento, quello che più conta è che l'alunno si interessi all'aspetto utile di questi meccanismi rimandando a dopo l'analisi.

Lo scopo per cui è valsa l'introduzione di questa scrittura così «strana» era infatti quello di alleggerire l'umanità dal peso del calcolo a mente. Fare meno fatica. È così semplice.

Se nel calcolo mentale l'alunno doveva «isolarsi» per consultare le immagini del suo schermo mentale, nel calcolo scritto può tenere gli occhi aperti perché

i calcoli sono risolvibili, un pezzo alla volta, senza la preoccupazione di tenere sempre a mente l'insieme.

Nel caso delle moltiplicazioni basta sapere a memoria i prodotti pitagorici che equivale a conoscere dieci squadre di calcio ognuna con i suoi giocatori... con la differenza che questi numeri sono senza volto e senza emozioni e che quindi bisogna in qualche modo renderli significativi con un grande investimento di energie.

Proprio per alleggerire questo problema il testo presenta la seguente novità didattica: nella fase di apprendimento degli algoritmi distingue bene l'apprendimento delle procedure da quello dei prodotti pitagorici. Sono due compiti diversi: il primo di orientamento spaziale, il secondo di pura memoria.

Le tabelline

Lo strumento delle tabelline allegato al testo è pensato per focalizzare, in primis, tutta l'attenzione sullo studio delle procedure. Concedendo agli alunni di consultare le tabelline la mente è più rilassata e concentrata sugli aspetti procedurali.

Funziona in questo modo: contando il numero di caselle si ottiene il quoziente e contando i puntini che avanzano si scopre il resto. Tutto qui. Le procedure sono semplici se affrontate separatamente...

Dopo l'acquisizione delle procedure rimane la fatica di automatizzare le tabelline, obiettivo da affrontare con la massima assiduità, sempre ricorrendo allo strumento.

La volpe nel testo avverte: «Non ti esonerò dall'impegno di imparare le tabelline che è pura fatica».

Gli esercizi facilitati che trovi nel testo servono solo ad aiutarti a capire come svolgere le operazioni. Poi dovrai studiarle e ripeterle a mente tante volte anche utilizzando lo strumento se vuoi. Impararle comporta la scelta di far loro un po' di posto nel tuo mondo di giochi, riservando un po' di energia anche per loro, per mantenerle in mente anche quando corri in cortile o a casa guardi la televisione. Devi pensare che sono dentro di te, cioè che non le hai estromesse per liberarti dal pensiero della scuola. È accettazione.

Lo strumento con le sue immagini gancio, con la scelta dei colori, è pensato per aiutarti ma non ti dispensa dalla fatica. Non puoi dire che non ce la fai, perché anche dimenticare è spesso una scelta che dipende da dove dirigi il tuo interesse...».

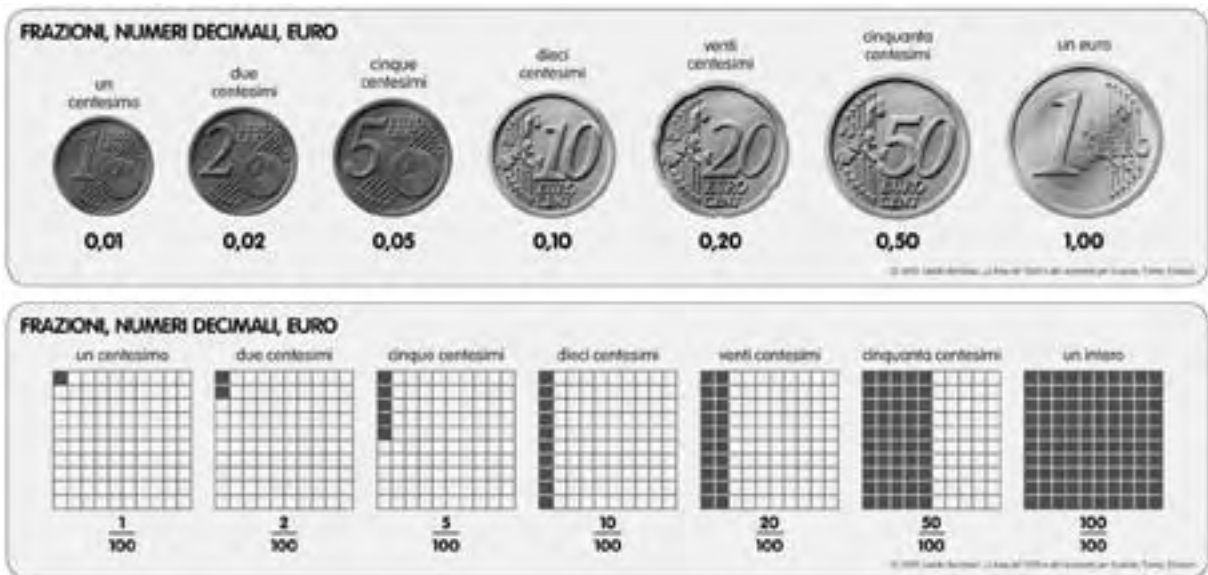


Ci sono tuttavia in ogni classe alunni per cui è utile protrarre lo «svezza-mento» a causa di pregressi fallimenti. Sono alunni che riescono ad apprendere solo in uno stato di rilassamento, poiché l'ansia «appaena immediatamente il loro schermo mentale». Hanno bisogno di apprendere quasi inavvertitamente come nella vita.

La novità di questo strumento è che il riferimento ad esso durante il calcolo favorisce l'automatizzazione delle tabelline, cosa che non avviene consultando ad esempio la tavola pitagorica o usando la calcolatrice.

Frazioni, numeri decimali, euro

Sciolti questi nodi l'alunno è pronto ad affrontare in serenità i numeri decimali e le frazioni decimali partendo dagli euro che spesso fanno già parte delle sue conoscenze.



Nel testo vengono presentati questi apprendimenti «contestualmente» perché nella sintesi si ha la cognizione delle parti.

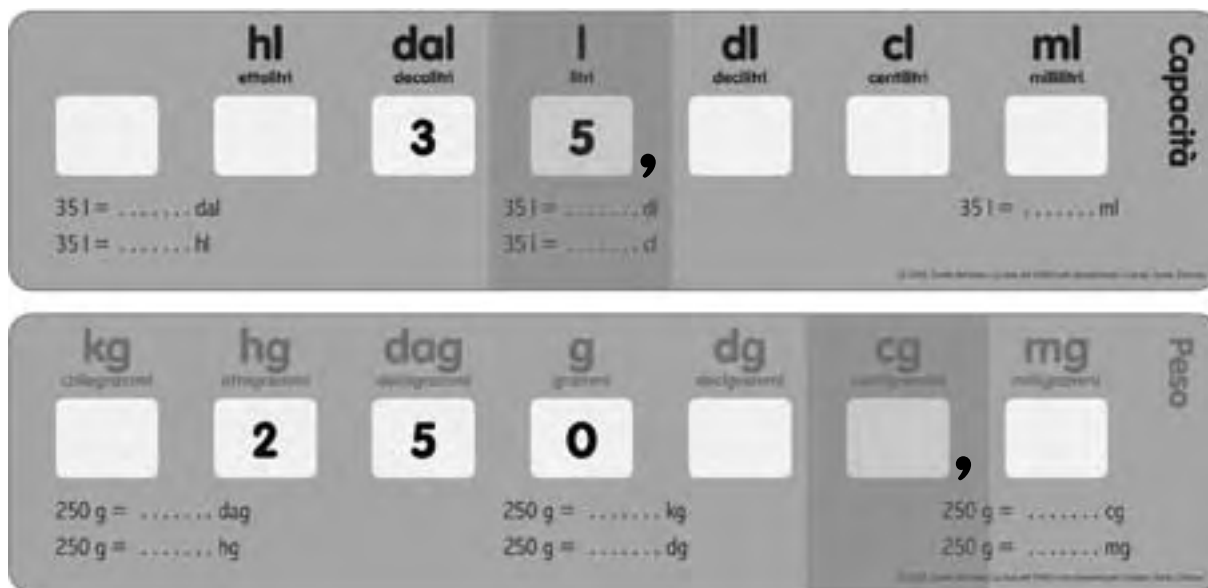
Le frazioni decimali e i numeri decimali sono in questo modo percepiti come scritture che fanno riferimento alla stessa immagine che è ancora quella del centinaio.

Cambia il modo di scrivere: sopra e sotto nel caso delle frazioni, destra e sinistra nel caso dei decimali. La virgola è l'equivalente della congiunzione «e». Niente di tanto speciale: si fanno sempre le stesse cose. Coerentemente con il metodo analogico, il percorso è quello della salita alla cima della montagna dove incontriamo, partendo dalla base, prima le immagini, poi il linguaggio verbale che fa da ponte e, infine, il linguaggio scritto sulla cima.

Invertendo il percorso perdiamo il significato e ci troviamo con simboli scritti che equivalgono a gusci vuoti.

Equivalenze

Le equivalenze non devono costituire un problema. Con gli strumentini in adozione al testo la comprensione dura pochi minuti, il tempo di orientarsi. Muovendo il cursore trasparente l'alunno osserva che la virgola e la marca collegata si spostano con un gesto equivalente a quello di spostare un bicchiere da un punto all'altro del tavolo, per poi constatare che il valore è inalterato, cambia solo il modo di leggere le stesse quantità. Ora le leggo come dm ora come hm...



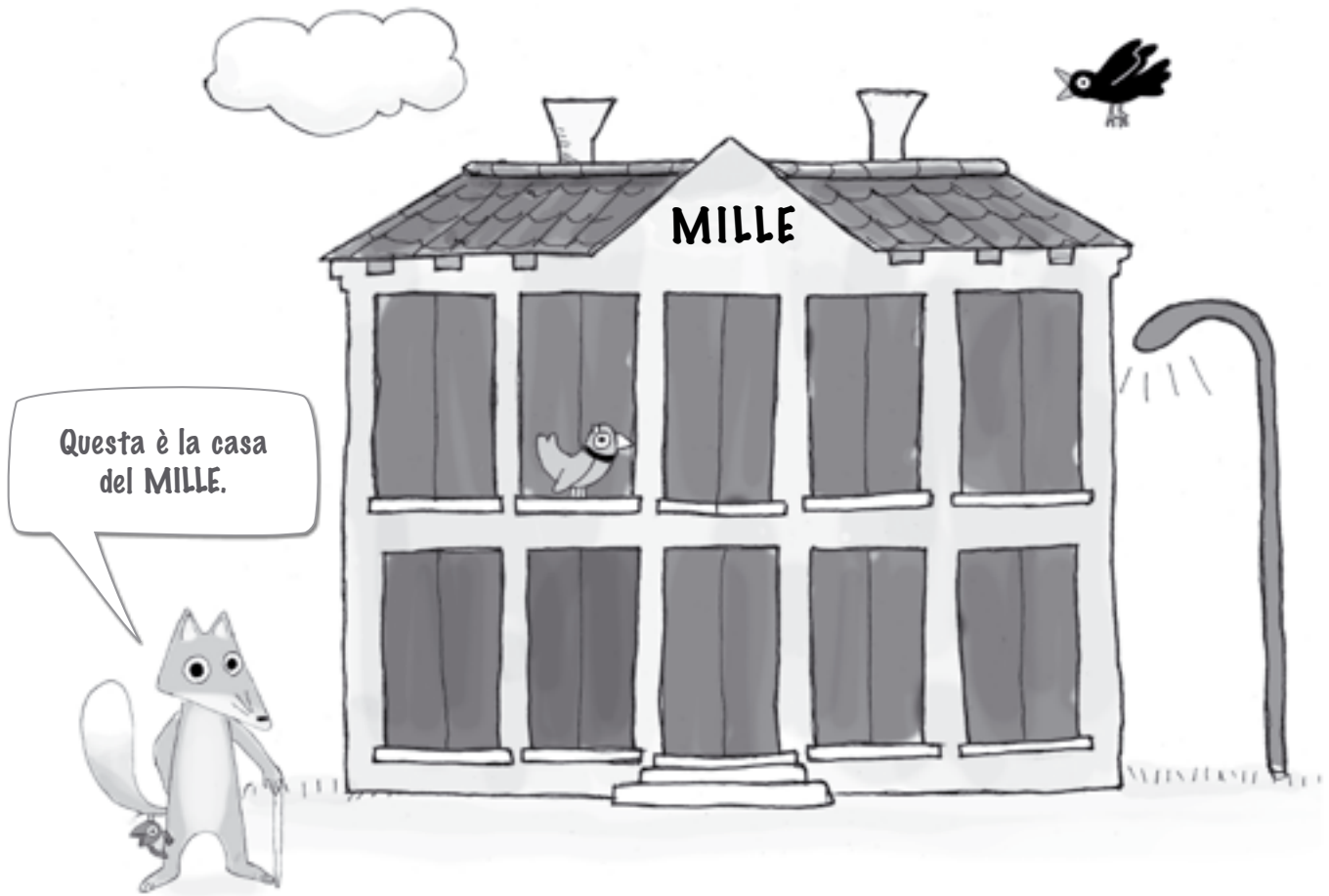
È un regalo che ci offre questo tipo di scrittura che è organizzata proprio secondo ordini di grandezze h, da, u... Perché non approfittarne?

L'idea di spiegarlo nei termini di «moltiplicare andando a destra e di dividere andando a sinistra» si presta a capovolgimenti infiniti. Le cose troppo simmetriche si ribaltano facilmente. È meglio affidarsi a uno strumentino che spiega attraverso una simulazione senza parole.

Problemi

Più avanti, quando l'alunno si è liberato della fatica degli apprendimenti strumentali relativi al numero è il momento di affrontare i problemi come un capitolo nettamente distinto. Non bisogna cioè strumentalizzarli alla comprensione delle operazioni, né l'opposto. I problemi sono il campo di applicazione delle operazioni già conseguite per proprio conto.

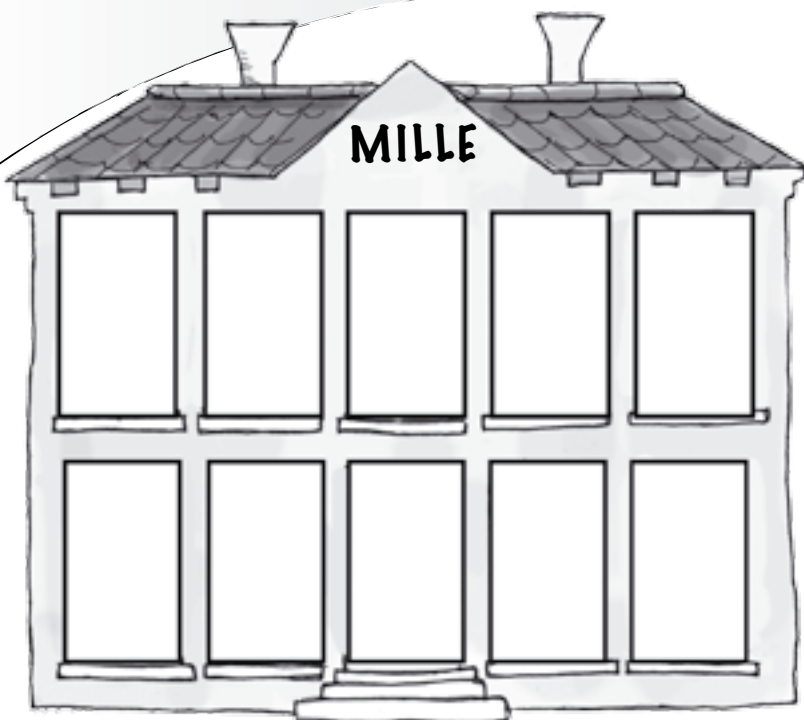
Cosa sono i problemi aritmetici? Sono esercitazioni in cui la difficoltà più grande non è tanto la risoluzione, quanto piuttosto la comprensione delle consegne, come se il linguaggio fosse inespressivo. Nella vita i bambini saprebbero risolvere situazioni ben più difficili, ma qui tutto è finzione e bisogna soprattutto imparare un nuovo linguaggio.



- **Calcolo mentale** p. 2
- **Calcolo scritto** p. 8
- **Frazioni, numeri decimali, euro** p. 26
- **Equivalenze** p. 34
- **Problemi** p. 40
- **Geometria intuitiva** p. 66



CALCOLO MENTALE



Nel calcolo mentale bisogna non pensare ai numeri, ma a queste finestre disposte come le dita delle mani... e il gioco è fatto!



Scrivi il numero corrispondente

1				
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Risultati: 150 120 110 101 250 200 270 220 400 100 301 321				

— PER L'INSEGNANTE —

Svolgere a voce collettivamente l'esercizio prima di passare alla compilazione. L'attenzione va focalizzata sui nomi dei numeri (codice verbale) e solo alla fine sui numeri (codice scritto). La presenza di spazi preimpostati per i risultati diminuisce la possibilità di errori sintattici numerici.

2 La linea del 1000 e altri strumenti per il calcolo

CALCOLO SCRITTO: ADDIZIONI E SOTTRAZIONI



Queste operazioni in colonna sono più facili delle precedenti poiché i calcoli, essendo scomposti colonna per colonna, sono limitati. La tua attenzione è posta sulle regole dell'algoritmo, cioè l'incolonnamento e il riporto.

1. Addizioni senza riporto

$$\begin{array}{r} 423 + \\ 4 + \\ \hline 12 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 + \\ 12 + \\ \hline 111 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 + \\ 5 + \\ \hline 122 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 401 + \\ 24 + \\ \hline 4 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 161 + \\ 7 + \\ \hline 121 = \\ \square \square \end{array}$$

Risultati: 127 439 427 429 289

2. Addizioni con un riporto

$$\begin{array}{r} 125 + \\ 125 + \\ \hline 125 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 352 + \\ 352 + \\ \hline 352 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 326 + \\ 326 + \\ \hline 326 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 407 + \\ 407 + \\ \hline 407 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 383 + \\ 383 + \\ \hline 383 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 + \\ 128 + \\ \hline 128 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 524 + \\ 524 + \\ \hline 524 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 + \\ 243 + \\ \hline 243 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 + \\ 270 + \\ \hline 270 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 309 + \\ 309 + \\ \hline 309 = \\ \square \square \end{array}$$

Risultati: 1149 1056 978 1221 375 384 1572 810 927 729

3. Addizioni con due riporti

$$\begin{array}{r} 506 + \\ 506 + \\ \hline 506 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 650 + \\ 650 + \\ \hline 650 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 707 + \\ 707 + \\ \hline 707 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 482 + \\ 482 + \\ \hline 482 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 395 + \\ 395 + \\ \hline 395 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 344 + \\ 344 + \\ \hline 344 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 428 + \\ 428 + \\ \hline 428 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 156 + \\ 156 + \\ \hline 156 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 277 + \\ 277 + \\ \hline 277 = \\ \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 + \\ 480 + \\ \hline 480 = \\ \square \square \end{array}$$

Risultati: 1950 2121 1518 1185 1446 1440 1032 831 1284 468

— PER L'INSEGNANTE —

Le operazioni sono già in colonna per evitare errori e rendere più veloce il lavoro.

4. Addizioni con vari riporti

$325 +$	$426 +$	$338 +$	$428 +$	$374 +$
$325 +$	$426 +$	$338 +$	$428 +$	$374 +$
$325 +$	$426 +$	$338 +$	$428 +$	$374 +$
$325 =$	$426 =$	$338 =$	$428 =$	$374 =$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

$625 +$	$346 +$	$319 +$	$385 +$	$639 +$
$325 +$	$324 +$	$19 +$	$401 +$	$431 +$
$324 +$	$326 +$	$212 +$	$426 +$	$428 +$
$424 =$	$424 =$	$342 =$	$324 =$	$422 =$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

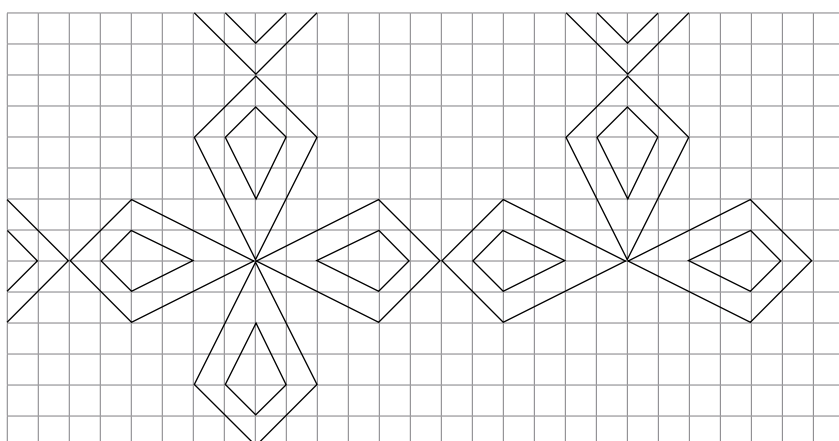
Risultati: 1496 1352 1300 1704 1712 1920 1536 1698 892 1420

5. Addizioni con vari riporti

$425 +$	$372 +$	$421 +$	$482 +$	$472 +$
$384 +$	$338 +$	$428 +$	$328 +$	$135 +$
$341 +$	$295 +$	$621 +$	$143 +$	$123 +$
$563 =$	$215 =$	$124 =$	$253 =$	$323 =$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

$628 +$	$420 +$	$309 +$	$333 +$	$555 +$
$321 +$	$388 +$	$351 +$	$333 +$	$555 +$
$423 +$	$242 +$	$444 +$	$444 +$	$333 +$
$111 =$	$111 =$	$222 =$	$444 =$	$333 =$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Risultati: 1713 1053 1206 1594 1220 1776 1554 1326 1483 1161



Esegui nel tuo quaderno una pagina di queste stelle.



— PER L'INSEGNANTE —






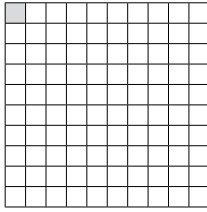
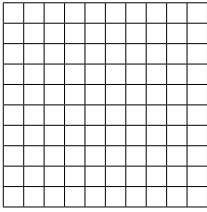
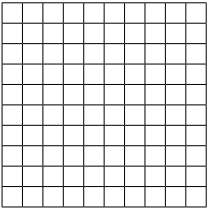
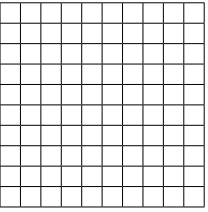
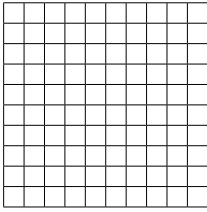
Focalizzare mediante esempi alla lavagna l'ordine degli addendi più conveniente, colonna per colonna: l'addizione lo permette. Si tratta sempre di strategie di calcolo mentale.

FRAZIONI, NUMERI DECIMALI, EURO

Per comprendere le frazioni e i numeri decimali pensa agli euro. Prendi lo strumento FRAZIONI, NUMERI DECIMALI, EURO e girandolo osserva le varie corrispondenze con gli EURO. Infine completa questo schema.











Colora e completa

ESEMPIO

un centesimo 0.01	due centesimi	cinque centesimi	dieci centesimi	venti centesimi
				
				
$\frac{1}{100}$	—	—	—	—

Scrivi il valore in numero decimale e in frazione

ESEMPIO





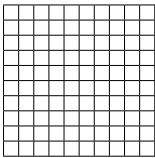
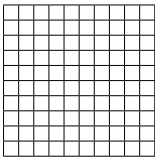
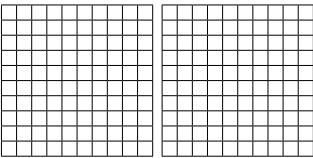
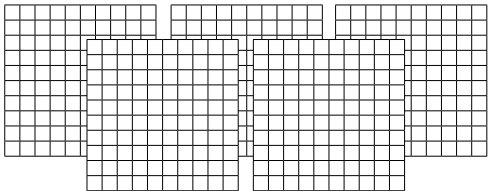
	€	Frazione		Numero decimale	Frazione
 	0,55	$\frac{55}{100}$	venti centesimi	———
 	———	cinquanta centesimi	———
 	———	un euro	———
 	———	un euro e tre centesimi	———
 	———	un euro e trenta centesimi	———

— PER L'INSEGNANTE —


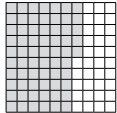

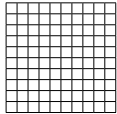

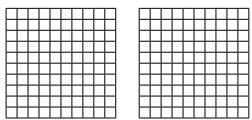

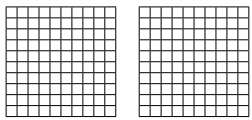

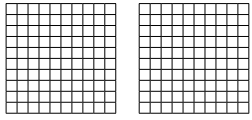
Tutto è presentato insieme. Gli euro sono un riferimento della vita quotidiana e i decimali hanno le stesse immagini del centinaio. La virgola viene accolta come un nuovo linguaggio, con «accettazione». Lasciare la gioia della scoperta, posticipando le spiegazioni.

Per comprendere frazioni, numeri decimali ed euro bisogna pensare sempre alla stessa immagine dell'intero.



cinquanta centesimi	un euro	due euro	cinque euro
			
			
_____	_____	_____	_____

Completa

	€	Frazione	Colora immagine
ESEMPIO		0,65	
		
		
		
		

— PER L'INSEGNANTE —

Far notare che lo stesso linguaggio si può rappresentare con scritture diverse, decimali destra/sinistra, frazioni sopra/sotto. Le immagini sono le stesse.

PROBLEMI



Hai imparato a eseguire i quattro algoritmi e ora si tratta di saperli scegliere «come strumenti» quando servono. Ti eviteranno un sacco di fatica di contare o di svolgere operazioni impegnative con la mente. Il loro significato è semplice come le operazioni della vita: pensa alla colla e alla forbice!

<p>ADDIZIONE Significa aggiungere</p>	<p>SOTTRAZIONE Significa tagliare</p>	<p>MOLTIPLICARE Significa aggiungere tante volte (replicazione)</p>	<p>DIVIDERE Significa tagliare tante volte (replicazione)</p>

Questi problemi con le palline sono utili per scoprire le strategie giuste per evitare di dover contare tutte le palline.

Risolvi evitando di contare tutte le palline

1

Quante palline in tutto?

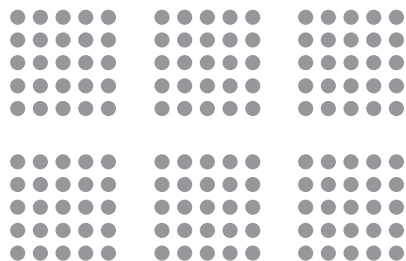
Cerca tra i seguenti il risultato corretto: 160 192 210

— PER L'INSEGNANTE —

Esaminare e confrontare alla lavagna varie soluzioni con l'addizione e la moltiplicazione.

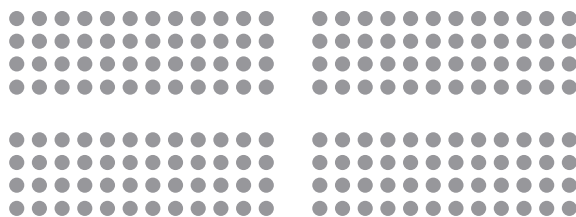
Risolvi evitando di contare tutte le palline

2



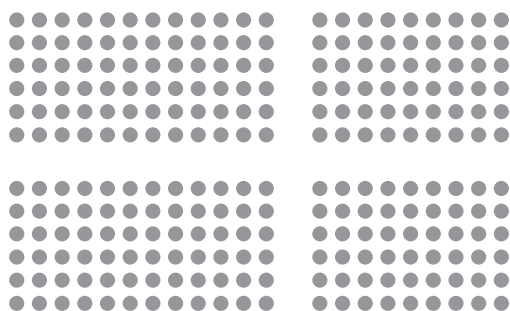
Quante palline in tutto?

3



Quante palline in tutto?

4



Quante palline in tutto?

Cerca tra i seguenti i risultati corretti: 150 192 230 252

— **PER L'INSEGNANTE** —

Obiettivo: confrontare le procedure possibili e scegliere le migliori.